

ベルヌーイの定理が教えること

千葉大学大学院工学研究科都市環境システムコース准教授
一般社団法人 光楓座 代表理事 佐藤 建吉

「ベルヌーイの定理」とる。これが、エネルギー保存則にベルヌーイの名を残す由縁である。

「法則」がある。この定理は、スイスの科学者ダニエル・ベルヌーイ(1700~1782)が契機とされるが、それを明確にしたのは、ジャン・ル・ロン・ダランベール(1717~1783)やレオンハルト・オイラー(1707~1783)の仕事である。18世紀の3人の偉人が、空気力学の扉を開けたのだった。

ベルヌーイはオランダで生まれ、16歳でハーゼル大学で哲学と論理学の修士号を取得し、21歳で解剖学と植物学の博士号を取得した。パリ科学アカデミーから10回の受賞歴があるという。1738年に『ハイドロダイナミカ』を著した。その中で、彼は、速度が増加すると圧力が低下することを定性的に表現してい

る。これが、エネルギー保存則にベルヌーイの名を残す由縁である。

ベルヌーイの定理の一例は次式となる。

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g z_2$$

記号の添え字は、位置1、2を表すが、 p_1 、 p_2 は圧力、 v_1 、 v_2 は速度、 z_1 、 z_2 は高さ、 ρ は流体の密度、 g は重力の加速度である。この式から、水平に流れる場合は「 z 」であり、 $p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$ となるので、速度が「 v 」から「 v' 」に増加すれば、圧力 p が $\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2)$ に減少する。

ベルヌーイは、このように速度と圧力の関係を、式で明確には示してはいなかったが、それは次に述べるオイラーによってなされた。レオンハント・オイラーは、バゼル大学に入学した時には、ベルヌーイの父であるヨハン・ベルヌーイが教授であった。

さて、飛行機が浮くことや風車が回転することや「揚力」が用いられるが、そのときベルヌーイの定理を適用して説明されることがある。その際、誤った説明がなされることがあり注意を要する。飛行機や風車の翼は対

称ではなく翼面の一方が盛り上がっている場合が多い。飛行機の翼では、上面が盛り上がっており下面は平らである。風車の翼は風が流れ込んでくる方の翼面が飛行機の場合の下側に面している。誤った説明では、翼の前縁(上流側)に流れ込んだ空気が、上面か下面に分かれて翼の後縁(下流側)で再び出会う(同着といわれる)とし、盛り上がった上面を移動した方は下面より移動距離が長いので、移動速度は、下面の平らの方を流れた空気が小さくなる。これにベルヌーイの定理を適用すると、盛り上がった方に作用する圧力が低いので、揚力は盛り上がった向きに働くことが明確に示される。

しかし、同着の仮定は、ベルヌーイの定理で揚力の作用について説明をするための演出(誤解)に過ぎないのである。つまり、翼の盛り上がった方が、風の速度が速いのは、翼面上での本質的に決まることであり、移動距離が長いためではない。ベルヌーイの定理を揚力の説明に適用することとは何ら問題ではない。

飛行機が飛行できるのは、エンジン推進し機体に空気が当たり揚力が生じるためであるが、風車では空気が風として翼に当たる。そして揚力が発生し、羽根を回転させることになる。揚力は、風車の回転の推進役である。魚が流れに逆らって泳ぐときにも揚力が関係している。激流を上る鮭や鱒などの体型は流線型で、対称な体型であるが、体を曲げると風車の翼のような形になり、揚力を生み出すことができる。向いて来る激流を登る魚は、実は上手に揚力を利用する泳ぎ手なのかもしれない。事実、魚口ポットの開発では、体を交互に折り曲げ、揚力を発生するように工夫されているものもある。

こうしてみると、自然の中には、揚力を生み出すように形づくられているものが多い。鳥の翼、木の葉や茎などは典型である。カエルの翼果は、風に乗って飛ぶことができる。

自然は、長い年月を掛けて合理的な形態を獲得してきた。人間は、それを追い求める立場である。ある時代にベルヌーイやオイラーという偉人がいた。エネルギーは千変万化するが、その量は不変であることも知らねばならない。自然とともに暮らすことを誇りにしたい。